

UMA METODOLOGIA PARA DENSIFICAÇÃO DE GRADE REGULAR RETANGULAR

Autores : CARLOS ALBERTO FELGUEIRAS
GUARACI JOSÉ ERTHAL
LUIZ ALBERTO VIEIRA DIAS

Endereço: Instituto de Pesquisas Espaciais -INPE
Departamento de Processamento de Imagens - DPI
Av. dos Astronautas 1758. CEP 12201 - C.P. 515
Jardim da Granja. São José dos Campos SP.

Categoria do trabalho: Artigo técnico.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia para densificação de modelos digitais de terreno na forma de grade regular retangular. Essa metodologia baseia-se na utilização do conhecimento, a priori, das relações topológicas entre os pontos da grade o que permite agilizar o processo de interpolação.

ABSTRACT

This work presents an approach to densify a Digital Terrain Model represented in regular retangular grid form. To hasten the process this approach explores the knowledge of the topological relations of the grid points.

1. INTRODUÇÃO

O modelo de grade regular retangular é uma representação digital, portanto computacionalmente tratável, de uma superfície tridimensional definida para uma região da superfície terrestre delimitada.

O problema de densificação, ou refinamento, de uma grade regular retangular é um problema específico de interpolação tridimensional. Os pontos da grade original, não refinada, são representados pela sua localização espacial (x,y) e por um valor de cota (z) associado a cada um dos pontos. Esses pontos tem distribuição espacial regular e retangular e portanto podemos associar a grade uma resolução horizontal, dx , que é a diferença entre valores das abscissas de pontos da grade adjacentes que estejam localizados em colunas diferentes, e uma resolução vertical, dy , que é a diferença entre valores das ordenadas de pontos adjacentes que estejam localizados em linhas distintas.

Densificar a grade é inserir novos pontos (x,y,z) na grade original de tal forma que a grade refinada, ou densificada, tenha uma quantidade total de pontos maior que a primeira. Dessa forma obtem-se, como resultado da densificação, uma grade com maior resolução horizontal, ou vertical, ou ambas. A inserção de novos pontos não é aleatória, ela deve seguir um determinado esquema tal que a grade refinada mantenha as propriedades

intrínsecas de um modelo de grade regular retangular, quais sejam: a grade deve ter elementos cuja distribuição espacial regular e cada elemento, ou célula, da grade deve formar um retângulo quando projetado no plano xy .

Este trabalho se propõe a descrever e exemplificar uma metodologia para refinamento de grade regular retangular que utiliza apenas interpoladores bidimensionais (2-D). A estratégia de utilização desses interpoladores 2-D, aliada ao fato de que as relações topológicas entre pontos da grade são conhecidas, fornece como resultado uma interpolação tridimensional (3-D) para qualquer nova posição interna a grade, da qual se quer estimar a cota.

2. Geração de modelos de grade regular retangular

Pode-se ter três formas de obtenção de um modelo de grade regular : a primeira é amostrar uma superfície segundo uma distribuição espacial igual àquela que se quer obter para a grade desejada; a segunda é, a partir de amostras distribuídas irregularmente, gerar um modelo de grade estimando-se o valor de cota de cada ponto da grade fazendo uso dessas amostras; e por último pode-se refinar uma grade já existente para se obter a grade desejada.

No primeiro caso não é necessário nenhum tipo de processamento sobre as amostras pois estas já são o próprio o modelo. No segundo caso não se conhece o valor de cota de cada ponto da grade e portanto é necessário um processo de interpolação das amostras para se estimar essas cotas. Pode-se utilizar interpoladores globais, que utilizam todas as amostras para gerar a função interpoladora, ou interpoladores locais, que consideram apenas uma vizinhança do ponto da grade para estimar o seu valor de cota. Estes últimos, apesar de serem chamados locais, requerem uma análise global das amostras para que se consiga determinar a vizinhança citada. Os interpoladores locais são os mais utilizados na prática, pois é muito difícil se definir uma função global que represente todos os fenômenos de variação que podem ocorrer ao longo de uma superfície. Porém a análise global das amostras, necessária para se determinar a vizinhança de cada ponto da grade, torna-se cada vez mais custosa computacionalmente, em termos de tempo e processamento, à medida que a quantidade de amostras cresce. Assim, o tempo total de geração de uma grade cresce com a quantidade de amostras utilizadas e o número de pontos que formam a grade (número de linhas x número de colunas). Para minimizar o tempo total de processamento não se pode diminuir o número de amostras sob penalidade de se prejudicar a qualidade de representação da superfície. A outra solução é, então, gerar grades mais grossas, ou seja, com menor número total de pontos, e se partir para utilizar interpoladores que refinem essa grade quando necessário. Esta é a terceira forma, citada acima, de se gerar grades. É este, exatamente, o assunto tratado neste trabalho e é esta a razão que justifica o investimento em procedimentos que agilizem a criação grades mais densas a partir de grades já existentes.

O refinamento de uma grade pode se justificar em dois momentos: o primeiro, quando já se tem uma grade gerada e se necessita de uma grade com maior resolução, e neste caso, não é, portanto, necessário que se gere outra grade mais densa diretamente das amostras; e o segundo, quando se quer gerar uma grade muito densa. Neste último caso é sempre mais rápido se gerar uma grade menos densa, a partir das amostras originais, e depois refinar essa grade para se obter a grade final desejada.

3. Metodologia para refinamento da grade

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia para densificação de grade regular retangular. Portanto supõe-se que de alguma forma já se conseguiu obter uma grade regular retangular e que há interesse em densificar essa grade.

A metodologia aqui apresentada baseia-se na utilização de interpoladores bidimensionais aplicados sobre os pontos da grade sem que haja a necessidade de se definir uma função 3-D para o local do ponto a ser interpolado. Isto só é possível porque as localizações dos pontos da grade original são conhecidas e possuem relações espaciais bem definidas. Estas relações são determinadas pelos valores de coordenadas extremas, no plano xy, da grade e pelas resoluções horizontal e vertical da mesma.

A metodologia utiliza interpoladores locais e a vizinhança, que é considerada para interpolação de cada ponto da grade, depende do grau do interpolador usado. Serão abordados dois tipos de interpoladores, um bilinear e um bicúbico, porém a metodologia pretende ser suficientemente geral para que o leitor possa implementar outros tipos de interpoladores, basta que, o leitor tenha um interpolador 2-D que defina uma curva que represente a variação de algumas amostras predefinidas.

A vizinhança (v), que é a quantidade de pontos utilizados na interpolação, segue a seguinte formulação:

$$v = (i+1)**2 \quad \text{onde } i = 1,2\dots n; \quad (I)$$

** significa exponencial

Onde para uma interpolação bilinear $i=1$, para uma interpolação biquadrática $i=2$, para uma interpolação bicúbica $i=3$, e assim por diante. Os vizinhos que influem na interpolação dos pontos da nova grade são escolhidos segundo um critério de maior proximidade ao ponto interpolado.

3.1 Refinamento bilinear

Para realizar um refinamento bilinear ($i=1$), segundo a equação de vizinhança (I), o número de vizinhos a serem considerados na interpolação será igual a 4.

A estratégia de refinamento bilinear está esquematizada na figura 1.

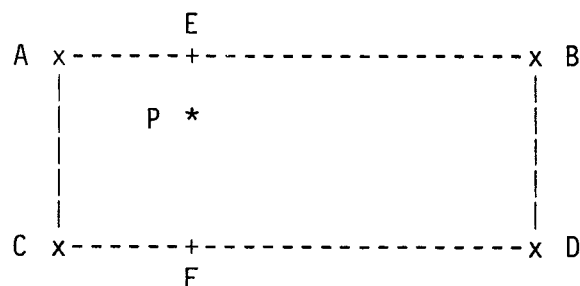


FIG. 1 - Esquema para interpolação bilinear

Dado um ponto P posicionado dentro dos limites, no plano xy , da grade original, os 4 pontos dessa grade mais próximos do ponto P , são os pontos extremos da célula a qual o ponto P é interno. Esses extremos estão representados na figura 1 pelas letras A , B , C e D . Para avaliar o valor da cota no ponto P usa-se a seguinte estratégia: 1. calcula-se o valor de cota do ponto E da figura 1 a partir de uma interpolação linear entre os valores de cota dos pontos A e B ; 2. calcula-se linearmente o valor de cota do ponto F a partir dos pontos C e D ; 3. a partir de uma interpolação linear entre os valores de cota de E e F , agora conhecidos, obtem-se a cota do ponto P .

Essa metodologia é portanto bastante simples de ser implementada em computador e muito rápida de ser executada computacionalmente, pois só necessita de interpolações lineares, num total de 3 para cada ponto da grade refinada. O valor de cota estimado para o ponto P é o mesmo que se obteria caso se tivesse calculado uma função bilinear que representasse a variação de cota dentro da célula da figura 1 e se utilizasse essa função para estimar a cota em P .

3.2 Refinamento bicúbico

Para realizar um refinamento bicúbico ($i=3$), segundo a equação de vizinhança (I), o número de vizinhos a serem considerados na interpolação será igual a 16.

A estratégia de refinamento bicúbico está esquematizada na figura 2.

Dado um ponto P posicionado dentro dos limites, no plano xy , da grade original, os 4 pontos dessa grade, mais próximos desse ponto P , são os pontos extremos da célula a qual o ponto P é interno e os pontos extremos das células adjacentes a primeira. Esses extremos estão representados na figura 2 pelas letras A , até O e Q . Para avaliar o valor da cota no ponto P usa-se a seguinte estratégia: 1. calcula-se os valores de cota dos pontos R , S , T e U da figura 2 a partir de uma interpolação cúbica (2-D) entre os valores de cota dos pontos A , B , C e D , E , F , G e H , I , J , K e L , M , N , O e Q , respectivamente; 2. A partir dos valores de cota dos pontos R , S , T e U obtem-se o valor da cota do ponto P utilizando o mesmo interpolador cúbico sobre esses pontos.

Nesta interpolação é necessário ter apenas um interpolador cúbico 2-D e utilizá-lo 5 vezes segundo a estratégia descrita acima. Como no refinamento bilinear esta metodologia requer somente a implementação de um interpolador cúbico (2-D) e é, portanto, bastante simples e muito rápida de ser executada computacionalmente, o valor de cota estimado para o ponto P é o mesmo que se obteria caso se tivesse calculado uma função bicúbica que representasse a variação de cota dentro da célula central da figura 2 e se utilizasse essa função para estimar a cota em P.

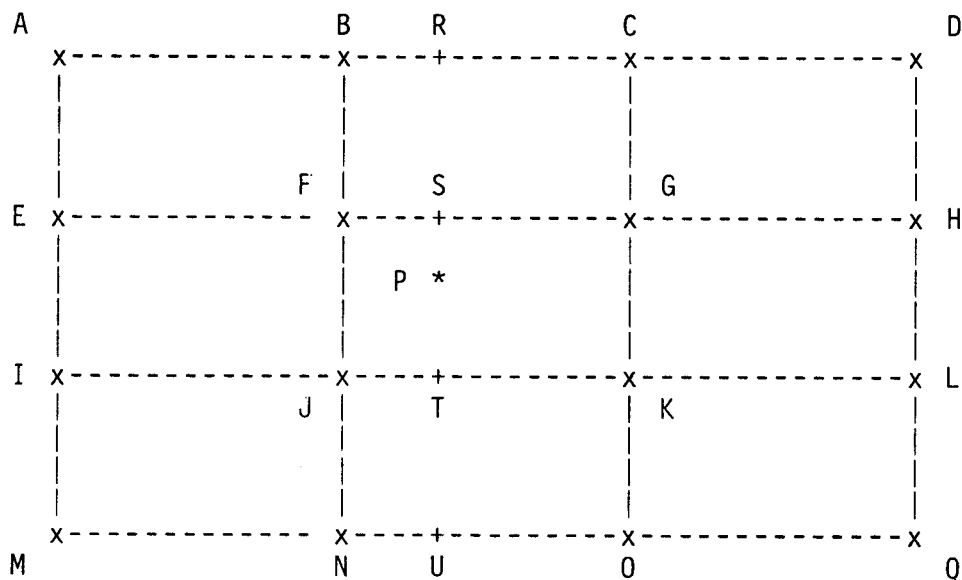


FIG. 2 - Esquema para interpolação bicubica

Neste caso, quando o ponto P, se situa numa das células que margeiam o modelo de grade, é necessário que se estime, previamente, os pontos cujas cotas não são conhecidas. Essas cotas são estimadas a partir do conhecimento das demais cotas das células vizinhas a que contém o ponto P.

O refinamento bicúbico, apesar de ser mais lento computacionalmente que o bilinear, fornece resultados mais interessantes pois ele garante continuidade de primeira e segunda ordem entre as funções que representam cada célula do modelo.

4. Resultados obtidos

Implementou-se dois refinamentos de grade, um bilinear e um bicúbico. O primeiro baseou-se numa função linear e o segundo em uma função cúbica proposta por Akima (1970). A figura 3 mostra a projeção geométrica planar de uma grade 10x10 (10 linhas por 10 colunas). A figura 4 mostra a projeção de uma grade refinada 50x50 gerada a partir da grade da figura 3 utilizando o interpolador bilinear implementado. A figura 5 mostra a projeção de uma grade refinada 50x50 gerada a partir da grade da figura 3 utilizando o interpolador bicúbico implementado.

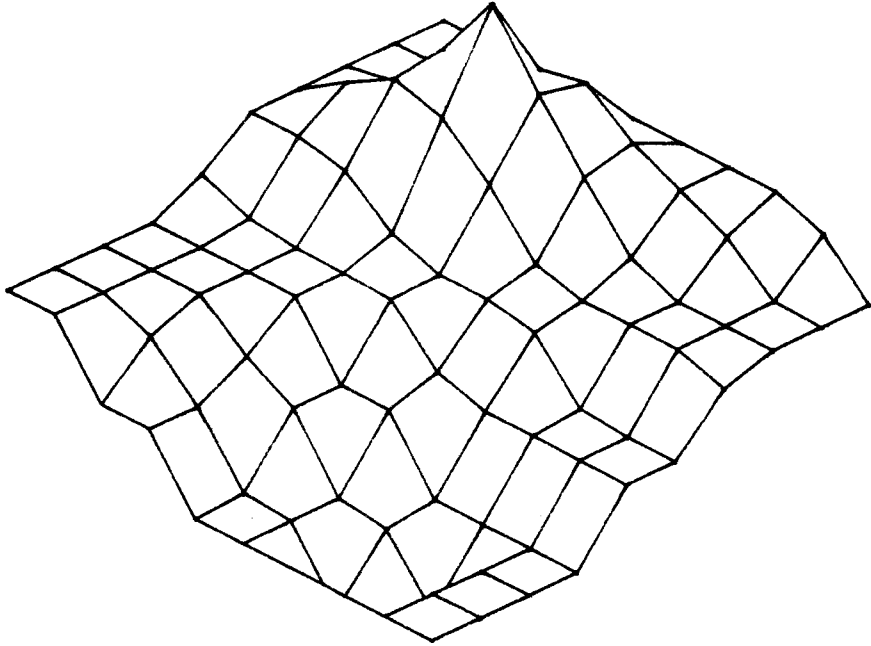


FIG. 3 - Projeção planar de uma grade regular retangular
(10x10 pontos)

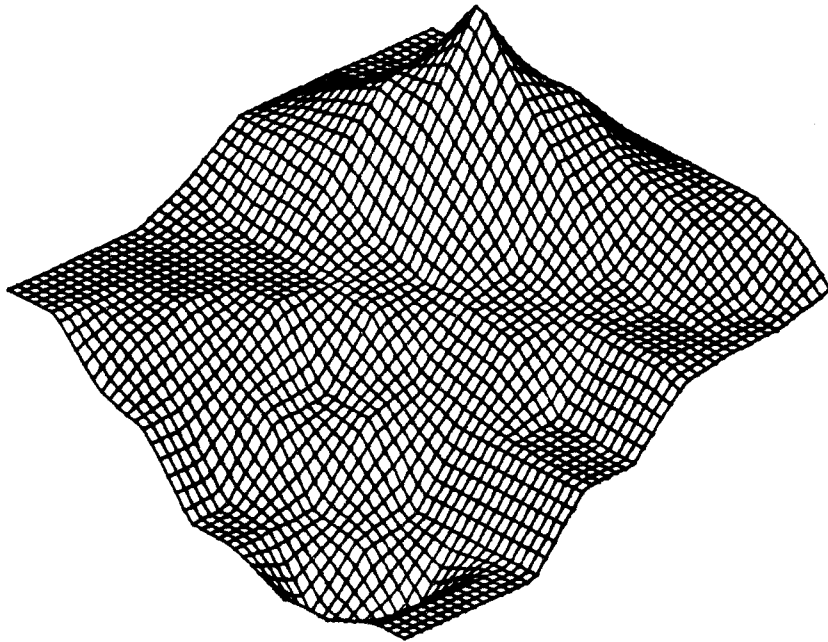


FIG. 4 - Projeção planar da grade refinada por um interpolador
bilinear (50x50 pontos)

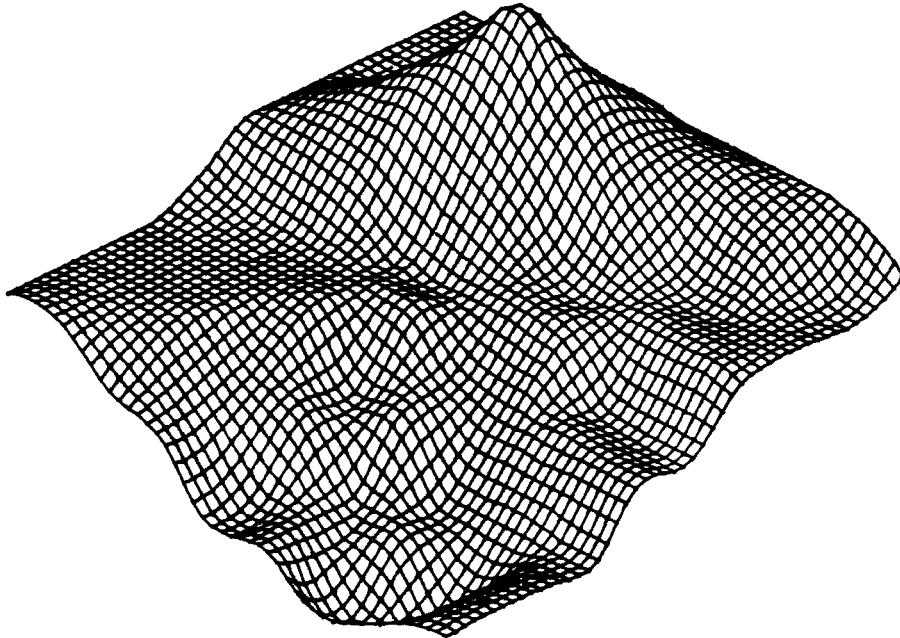


FIG. 5 - Projeção planar da grade refinada por um interpolador bicúbico (50x50 pontos)

Analisando-se os resultados apresentados nas figuras 4 e 5 observa-se, qualitativamente, que o refinamento obtido pelo interpolador bicúbico gera uma superfície mais suave que aquela obtida com o interpolador bilinear. Observa-se que a suavização fornecida pelo interpolador bicúbico não foi muito acentuada. Isto é explicado pelas características do tipo de interpolador cúbico 2-D utilizado. Este interpolador, descrito em Akima(1970), gera uma função interpolante que passa pelas amostras e que tem continuidade apenas de primeira ordem. Isto significa que as curvas definidas pelo interpolador são apropriadas para representação de variações onde se sabe que o comportamento da superfície não é muito suave, como por exemplo em representações de relevo. Poder-se-ia utilizar outras funções interpolantes como splines não tensionadas, ou funções de Bezier, para obter superfícies com comportamento mais suaves ao longo do terreno.

5. Conclusões

As funções de interpolação aqui propostas foram implementadas em um computador de 16 bits, compatível com a linha IBM-PC, e utilizou-se a linguagem de programação C.

A metodologia implementada mostrou-se bastante satisfatória em termos de resultados obtidos e tempo de processamento. O tempo de refinamento da grade 10x10 para gerar a grade 50x50 foi de 20 segundos usando-se a função bilinear, e de 44 segundos com a bicúbica. Porém os resultados obtidos com a bicúbica são muito mais interessantes, como mostram as figuras 4 e 5, devido ao aspecto mais suave inserido na grade pelo interpolador bicúbico.

Explica-se a maior rapidez da função bilinear em relação a bicúbica, aproximadamente 2 vezes mais rápida, não só pelo tipo de função interpolante mas também pela necessidade de se estimar pontos nos extremos da grade original para se realizar a interpolação bicúbica, o que não é necessário para a bilinear.

Os algoritmos descritos neste trabalho foram incorporados ao conjunto de funções do Sistema de Informações Geográficas do INPE. Foi também através desse sistema que se pode gerar as projeções tridimensionais mostradas nas figuras 3,4 e 5.

Bibliografia

AKIMA, H. A new method of interpolation and smooth curve fitting based on local procedures. Journal of Association for Computing Machinery, 17(4):589-602, Oct. 1970.

AKIMA, H. Interpolation and smooth curve fitting based on local procedures Algorithm 433. Communications of the ACM, 15(10):914-918, Oct. 1972.

FELGUEIRAS, C. A. Desenvolvimento de um sistema de modelagem digital de terreno para microcomputadores. Tese de Mestrado em Computação Aplicada. Instituto de Pesquisas Espaciais - INPE - São José dos Campos, SP. Publicação INPE-4406-TDL/303. Ag. 1987.